Universidad Nacional de la Plata
Facultad de Humanidades
y Ciencias de la Educación

FaHCE Memoria Académica

Gaeta, Rodolfo Luján

Ontología estratificada y teoría de conjuntos

BIBHUMA

Revista de Filosofía y Teoría Política

1985, no. 25, p. 43-66

Este documento está disponible para su consulta y descarga en [Memoria Académica](http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar), el repositorio institucional de la **Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata**, que procura la reunión, el registro, la difusión y la preservación de la producción científico-académica édita e inédita de los miembros de su comunidad académica. Para más información, visite el sitio
www.memoria.fahce.unlp.edu.ar

Esta iniciativa está a cargo de BIBHUMA, la Biblioteca de la Facultad, que lleva adelante las tareas de gestión y coordinación para la concreción de los objetivos planteados. Para más información, visite el sitio
www.bibhuma.fahce.unlp.edu.ar

Cita sugerida
Gaeta, R. L. (1985) Ontología estratificada y teoría de conjuntos [En línea] Revista de Filosofía y Teoría Política, (25). Disponible en Memoria Académica:
http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.1261/pr.1261.pdf

Licenciamiento
Esta obra está bajo una licencia Atribución-No comercial-Sin obras derivadas 2.5 Argentina de Creative Commons.

Para ver una copia breve de esta licencia, visite
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/.

Para ver la licencia completa en código legal, visite
http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/ar/legalcode.

O envíe una carta a Creative Commons, 559 Nathan Abbott Way, Stanford, California 94305, USA.

ONTOLOGIA ESTRATIFICADA Y TEORIA DE CONJUNTOS*

Rodolfo Gaeta

En el presente artículo se discuten algunos problemas vinculados con el tema de los compromisos ontológicos de la lógica. Se considera, en particular, la necesidad de postular la existencia de entidades abstractas en el campo de la Teoría de Conjuntos; y más especialmente, la necesidad de establecer una estratificación dentro del dominio de dichas entidades distribuyéndolas en categorías. El propósito de este análisis es el de presentar los criterios que permiten establecer en qué casos se manifiesta una diferenciación categorial y determinar hasta dónde logran su objetivo algunas teorías que pretenden brindar una fundamentación de la matemática sin comprometerse con una estratificación ontológica.

En el primer parágrafo se examina la noción de categoría y los criterios propuestos para investigar si el discurso contempla de algún modo la existencia de categorías diferentes. Desde esta perspectiva, en los parágrafos siguientes se hace alusión a la ontología de Frege y a diversas estrategias ensayadas por otros lógicos con el fin de evitar las consecuencias paradójicas envueltas en el sistema fregeano original. Por último, la comparación de los resultados de estos intentos nos permiten concluir la plausibilidad de la tesis según la cual la fundamentación de la matemática requiere -expresado de una forma u otra- el reconocimiento de alguna distinción de categorías.

Las categorías

El problema de las categorías, en el ámbito de la filosofía y en el de la lógica, surge a raíz de la presunta necesidad de trazar ciertas divisiones especiales respecto de las entidades a las cuales el lenguaje alude de distintas maneras. Así por ejemplo, acerca del enunciado "Sócrates es sabio" se diría que el sustantivo "Sócrates" denota la persona de Sócrates, mientras que la palabra "sabio" se refiere de algún modo a cierta propiedad o atributo que Sócrates posee. Quienes suscriben esta creencia suelen estar depuestos a creer, además, que las dos entidades mencionadas, es decir Sócrates y la propiedad que se le atribuye -llamémosle simplemente "la sabiduría"- no son del mismo tipo, no comparten la misma forma de existencia, pertenecen, en fin, a categorías distintas. Según esta concepción, aparte de las clasificaciones usuales que se hacen de las cosas -cuando se distingue una silla de una mesa, por ejemplo- hay ciertas divisiones fundamentales sobre las cuales se apoya el marco conceptual y de cuyo reconocimiento depende la posibilidad de dotar de significado al discurso.

El hecho de que dos entidades pertenezcan a diferentes categorías radica, conforme a la misma doctrina, en dos características: 1) que ambas entidades no poseen nada en común; 2) que no se les pueden aplicar literalmente los mismos términos descriptivos.[1] Como se observa, la primera condición hace referencia exclusivamente al plano ontológico; la segunda, al lingüístico; aunque con seguridad debe inferirse que la inaplicabilidad de un mismo término descriptivo a entidades de categorías disímiles es la consecuencia de las diferencias vigentes en el plano ontológico.

Así presentadas, las categorías ofrecen tres aspectos que parecen estar particularmente relacionados: a) el ontológico; b) el conceptual; c) el lingüístico. Todos ellos se vinculan, además, con cuestiones lógicas. El aspecto ontológico, en la medida en que la realidad responde a la estructura lógica; el conceptual, en tanto el conocimiento se encuentre lógicamente estructurado, el lingüístico, acorde a la necesidad de que el lenguaje debe estar también lógicamente reglado. Tales relaciones explican que la obligatoriedad de respetar las distinciones categoriales se haya fundado, explícitamente en algunos casos, en la preservación de la consistencia lógica del discurso; y por la misma razón se utiliza a veces la denominación "categorías lógicas".

Pese a que la cuestión muestra varias facetas, el estudio de las categorías ha sido abordado preferentemente, desde que Aristóteles introdujo el término en su sentido filosófico, a través de sus manifestaciones en la esfera lingüística. De tal modo, la segunda de las condiciones enumeradas sugiere inmediatamente un criterio para determinar si dos entidades pertenecen o no a categorías diferentes: bastará con averiguar si se pueden aplicar a ambas los mismos términos descriptivos y en la misma acepción. La aclaración de que los términos deben ser considerados con el mismo significado es importante porque deja abierta la posibilidad de que las palabras puedan usarse con sentido figurado, informal o analógico cuando se utilicen para hablar de entidades de distintas categorías. Si no fuera así, de acuerdo con lo que precisamente la teoría de las categorías pretende enseñar, directamente no se podría hablar de ellas. No se podría decir, por caso, que dos entidades pertenecen a categorías disímiles, porque la palabra "entidad", para empezar, ya está siendo usada con referencia a miembros de categorías diferentes, y en un sentido estricto o literal esto es imposible.

Hecha esta salvedad, volvamos al criterio ya propuesto Se desprende de él que si en cualquier contexto significativo se reemplaza la expresión que se refiere (en un sentido muy amplio de "referir") a una de ellas por la expresión que alude a la otra, el resultado será que el contexto dejará de poseer significado. No obstante, como señala Kneale[2], hay enunciados en los cuales es posible intercambiar expresiones correspondientes a distintas categorías sin que se produzca la pérdida de significado. Ello ocurre, por ejemplo, en la oración "Sócrates era amado por Platón" cuando se reemplaza "Socrates" por "la sabiduría".

Esta situación sugiere que el criterio debería indicar que dos palabras corresponden a categorías diferentes si la intercambiabilidad falla en algún contexto, aunque no necesariamente en todos. Pero entonces nos veríamos obligados a atribuir categorías distintas a entidades que nadie dudaría en calificar como objetos de un mismo tipo ontológico. Una silla y una mesa, por ejemplo, pasarían a revistar en categorías separadas, pues la sustitución de la palabra "silla" por el término "mesa" en la oración "El respaldo de la silla es duro" deja lugar a una afirmación absurda. Puede aducirse, claro está, que se trata de una aserción falsa, en lugar de decir que es absurda. Pero lo mismo cabría pensar entonces de cualquier contexto semejante y en el cual efectivamente no se respetaran las categorías, con el resultado final de que la noción de categoría perdería toda oportunidad de aplicación.

Pero la alternativa de declarar falsas las oraciones de las cuales se podría haber dicho que incurren en una violación de las categorías no siempre es viable. Porque puede suceder que la formulación de ciertos enunciados entrañe una contradicción tanto en el caso de que se los juzgue verdaderos como en el de que sean considerados falsos. Para evitar la aparición de enunciados tan problemáticos algunas teorías lógicas cuentan con el returso de impedir que puedan expresarse en su lenco*, negar que lleguen a tener sentido. Esta decisión es la que parece envolver el reconocimiento de que las entidades a las que aludirían tales enunciados pertenecen a categorías diferentes. Como los lenguajes de dichas teorías se construyen artificialmente, es posible elegir símbolos de diferente estilo para representar las entidades de cada categoría, de manera que las reglas de formación impidan las combinaciones de signos que incurran en una violación de categorías. La Teoría de los Tipos de Russell y la distinción que Frege había establecido al separar las funciones de las entidades que denominaba "objetos" constituyen notorios exponentes de esta suerte de estrategia.

Cuando se trata de esta clase de teorías, el examen de los símbolos que utilizan y el análisis de sus reglas de formación parecen suficientes para determinar la presencia de una pluralidad de categorías. El criterio basado en la intercambialidad de las expresiones correspondientes a una misma categoría funciona regularmente -en contraste con lo que ocurre, como hemos visto, en los lenguajes naturales- pues el reemplazo de un término que corresponda a cierta categoría por otro perteneciente a una categoría diferente hace que cualquier fórmula bien forma- da deje de serio automáticamente.

El problema no queda resuelto, sin embargo, porque la exclusión de una combinación de símbolos del conjunto de las fórmulas bien formadas de un sistema, cuando se discute la cuestión de las categorías, no de- be ser arbitraria, sino fundada en la necesidad de proteger la consistencia lógica. Conforme a la caracterización de las categorías que hemos dado al principio, sólo en este último caso estaría justificado sostener que los recursos formales que estamos considerando reflejan una auténtica diferenciación de categorías.

La situación es menos clara todavía porque -como se ilustra en los parágrafos siguientes- los lógicos han propuesto teorías en las cuales el problema de evitar las paradojas se resuelve por medio de mecanismos un tanto diferentes. Así es que hay teorías de conjuntos en las cuales se utilizan un solo estilo de variables y la preservación de la consistencia depende de otros aspectos del sistema. Por este motivo es necesario ensayar otro criterio, si se pretende sostener que de cualquier modo la distinción de categorías es insoslayable.

En el caso de las teorías de conjuntos, luego de advertir que es inapropiado registrar como síntoma de estratificación ontológica meramente la presencia de variables de distintos estilos o la falta de sentido de las expresiones que podrían producir consecuencias paradójicas, es razonable pensar que el criterio buscado para establecer si un sistema en- cierra alguna suerte de distinción categorial consiste en observar si impide la formación indiscriminada de conjuntos de entidades cualesquiera; y especialmente si rechaza la postulación de una clase universal absoluta. A la luz de este resultado examinaremos brevemente la ontología de algunas de las teorías propuestas para fundamentar el conocimiento matemático.

La ontología de Frege

Una de las características más notables de la doctrina de Frege es la tesis de que absolutamente todo lo que existe debe pertenecer con exclusividad a una de las dos categorías fundamentales en las que se reparte la realidad: la esfera de los objetos y la de las funciones. Ambos términos, "objeto" y "función" son indefinibles, según los supuestos fregeanos; pues, en consonancia con observaciones que ya habíamos anticipado, no hay ningún predicado que pueda aplicarse tanto a objetos cuanto a funciones y cuyo cumplimiento pudiera servir para diferenciar los unos de las otras[4]. De manera que esta distinción se indica sólo por medio de la proyección de ciertas particularidades de los símbolos que les corresponden. Así es como los nombres propios (cualquier expresión que denote un objeto) son expresiones completas, como las entidades a las que se refieren. Las expresiones funcionales (entre las cuales se incluyen los predicados monádicos y los relacionales) son, por el contrario, incompletas, y las entidades a las aluden se caracterizan, consecuentemente, por su insaturación, es decir, por el hecho de admitir que se las complete adosándoles nombres propios. Cuando esta operación tiene lugar, y la expresión funcional se completa, queda convertida, a su vez, en el nombre propio de un objeto. El símbolo que indica la función de elevar al cubo, por ejemplo, permanece incompleto mientras no se especifique su argumento, pero si se introduce en el lugar correspondiente el nombre de un objeto, de un número en este caso, la expresión que resulta es el nombre de otro número.

Más interesante es lo que sucede con los predicados, pues al ser completados por la introducción de nombres propios dan lugar a la aparición de los enunciados, y éstos, a su turno, deben ser considerados como nombres propios. Los predicados generarán, entonces, tantos nuevos nombres como enunciados pueda formase. De esta original manera, la verdad y la falsedad, en tanto son los denotados de las proposiciones verdaderas y falsas respectivamente, se perfilan como dos objetos, por cierto muy especiales, e integran un reino en el cual se encuentran los cuerpos, las entidades psíquicas, los números, etcétera.

Las funciones, por su parte, si bien están completamente separadas de los objetos, no pertenecen todas a una sola categoría. Se estratifican a su vez en una jerarquía de niveles, cuyo primer peldaño está integrado por aquellas que sólo admiten objetos como valores de sus argumentos. Las de segundo nivel son las que se aplican a funciones del primero, y así sucesivamente. En este marco se inscriben también las funciones proposicionales, que no deben entenderse como expresiones lingüísticas sino, al igual que las demás funciones, como realidades extra lingüísticas no saturadas. Los atributos, que Frege prefiere denominar "conceptos" aunque despojando al vocablo de toda connotación subjetivista o mentalista, vienen a ser de este modo cierta clase de funciones. También lo son los conectivos lógicos, que pertenecen al primer nivel, pues se aplican a los valores de verdad, que son objetos, y dan por resultado a su vez un valor de verdad. El cuantificador universal aplicado a individuos, en cambio, es una función del segundo nivel, porque supone la presencia previa de una función proposicional.

Al tiempo que los conceptos se alinean del lado de las funciones, sus extensiones se ubican junto a los objetos. La extensión de un concepto es un conjunto integrado por todos los objetos que caen bajo tal concepto, esto es, por todos los objetos que comparten el atributo en cuestión. Pero a pesar de la vinculación que cada concepto guarda con su correspondiente extensión, el comportamiento de ambos no es completamente simétrico, puesto que a dos conceptos distintos puede corresponderles la misma extensión. Precisamente, quienes desconfían de la noción de atributo, como lo hace Quine, echan de menos la falta de un criterio de identidad de atributos como no sea la mera coextensividad[5]. En cuanto a las extensiones mismas, uno de los principios de Frege establece que dos extensiones son idénticas si y sólo si están constituidas por los mismos objetos.

En relación con el principio de identidad de extensiones que acabamos de mencionar surge la célebre paradoja de Russell. La ley V del sistema fregeano indica que si F y G son conceptos, sus extensiones se identifican si y sólo si los objetos que caen bajo cada uno de los conceptos son también los mismos. Si tomamos en cuenta que para Frege las extensiones son objetos, queda abierto el camino para arribar a un resultado paradójico.

La paradoja se manifiesta si suponemos que una cierta función F se de- fine en los siguientes términos: F es el concepto bajo el cual caen todos los objetos que son la extensión de un concepto bajo el cual no caen. Ahora bien, como la extensión de F también es objeto, podemos preguntamos si como tal cae en extensión de F. Se presentan, entonces, las dos alternativas: a) que la extensión de F caiga bajo el concepto F; b) que la extensión de F no caiga bajo el concepto F. Si se asume que la extensión de F cae bajo el concepto F, entonces es la extensión de un concepto bajo el cual cae; pero al mismo tiempo es la extensión de un objeto bajo el cual no cae, puesto que todos los integrantes de la extensión de F son extensiones de algún concepto bajo el cual no caen, conforme a la definición de F. En este caso, la extensión de F es un objeto que resulta ser, al mismo tiempo, la extensión de dos conceptos, pero en tanto objeto cae bajo uno solo de ellos, de lo cual se infiere que hay una contradicción, porque si un mismo conjunto de cosas es la extensión de dos conceptos no puede contener ningún objeto que caiga bajo uno de los conceptos y no bajo el otro, como sucedería en este caso. Debe rechazarse entonces la alternativa a).

Pero la alternativa opuesta, el suponer que la extensión de F no cae bajo el concepto F, conduce aun más rápidamente a una contradicción. Pues, si la extensión de F no cae bajo el concepto F debe integrarse a su extensión, porque es la extensión de un concepto bajo el cual no cae y cumple, por ende, con la condición que lo obliga a pertenecer a la extensión de F, es decir, a sí mismo, lo cual contradice la hipótesis b). La solución ideada por Frege para superar estas dificultades, recogida en un apéndice del segundo volumen de los *Grundgesetze,* consiste en debilitar la ley V, refomulándola de la siguiente manera: las extensiones de dos conceptos se identifican si y sólo si, excluyendo la extensión de uno de ellos, todos los demás objetos que componen ambas extensiones son los mismos. Esta modificación salva, por el momento, la paradoja, por cuanto equivale a reconocer que dos conceptos puedan tener la misma extensión aunque un cierto objeto cae solamente bajo uno de ellos.

El cambio que se vio obligado a introducir Frege en uno de sus principios apuntan a impedir que surja una paradoja a propósito de las extensiones; pero es oportuno preguntar si no puede reaparecer una inconsecuencia semejante en el plano de los conceptos. La respuesta es negativa, porque los conceptos, en tanto son funciones están estratifica- dos; de manera que no puede plantearse el caso de que un atributo sea predicado de sí mismo. La jerarquización de las funciones, que impide que la paradoja de Russell pueda formularse en esta esfera prefigura la Teoría de los Tipos expuesta en los

Principia, donde también las clases, en contraste con lo que acontece con las extensiones de las que habla Frege, están estratificadas de manera que no se plantea la posibilidad de que una ciase pertenezca o no a sí misma. El error de Frege, en este aspecto, había sido el de permitir que todas las extensiones pertenecieran a un mismo nivel ontológico: el de objetos.

La teoría de los tipos

La solución propuesta por el propio Russel a la paradoja que lleva SU nombre apela a un recurso que Frege había desechado y que consiste en admitir que algunas funciones proposicionales, las llamadas no predicativas, no determinan clases. Esta posibilidad es concordante con la teoría de los Tipos Lógicos, doctrina que establece que los valores de las variables se clasifican en una jerarquía, de forma que las entidades que pertenecen a un mismo tipo lógico son sustituibles unas por otras, en el sentido de que lo que pueda ser significativamente aseverado de una de ellas puede sedo también de las restantes, mientras que no se conserva la significatividad cuando las entidades aludidas pertenecen a tipos diferentes.

De acuerdo con la Teoría de los Tipos, los individuos pertenecen al tipo O, y a partir de allí se origina una jerarquía ascendente que ubica las propiedades de los individuos en el tipo 1, las propiedades de estas pro- piedades en el tipo 2, y así sucesivamente. Esta jerarquización de las entidades se patentiza a través de la notación utilizada en los Principia, que dispone de distintos estilos de variables, cada uno de los cuales corresponde exclusivamente a un tipo lógico, indicado por medio de un índice numérico adosado a la variable.

Las reglas de la teoría establecen, por otra parte, que solamente pueden ser consideradas significativas aquellas expresiones que respeten determinados requisitos. En el caso de las clases, para que una fórmula pueda admitirse como significativa es condición necesaria que el signo de pertenencia esté flanqueado por variables de índice consecutivo, es decir, cuando se acomoda a la forma "X n X n + 1". En consecuencia, la paradoja de Russell no puede formularse dentro del sistema, por- que requeriría el uso de la expresión "X X", la cual no cumple con la condición necesaria mencionada y carece, por lo tanto, de sentido. Se ve así cómo la estratificación de las clases elude el resultado paradójico que Frege no pudo evitar en un principio al disponer todas las extensiones de las funciones en un mismo nivel. El sistema de Frege contemplaba, por cierto, la cuantificación de funciones, lo cual, en principio no tiene porqué originar paradojas, habida cuenta de que las funciones están estratificadas. Pero Frege, que se hubiese visto obligado a emplear este recurso a fin de hacer plausible su tesis de la reducción de la matemática a la lógica, fue reacio a incluir la cuantificación de funciones superiores y prefirió reemplazarla por fórmulas en las cuales se mencionan clases de clases en lugar de funciones superiores. La estratificación de estas clases, las extensiones, estaba fuera de las convicciones de Frege en materia de ontología, pues rechazada toda distinción de categorías dentro de la esfera de lo que él denominaba objetos. Y el precio que pagó por ello fue el de tener que enfrentarse a la paradoja de Russell.

En el sistema de *Principia Mathematica,* en cambio, la presencia de cuantificadores de órdenes superiores hace posible eliminar toda referencia a clases. Esa fue, inclusive, la intención original de Russell, quien llegó a considerar que las clases son en cierto modo ficticias, porque se podría evitar mencionarlas con tal de utilizar una terminología que aluda a funciones, y en coincidencia con la tesis fregeana de la irreductibilidad de las funciones. Pero, en la Introducción a la segunda edición de aquella obra, Russell juzga que todas las funciones son intensionales y sostienen, en consecuencia, que no cree necesario distinguir entre funciones y clases.

Acotemos además, retornando a la Teoría de los Tipos, que su autor la justificó no solamente por su principal virtud, el de sortear ciertas paradojas, sino porque creyó también en su verosimilitud y su conformidad con el sentido común. Sin embargo, algunas de sus consecuencias no son mucho menos chocantes que la extraña restricción que Frege debió imponer al principio de identidad de extensiones. Por ejemplo, en el sistema de los *Principia,* las nociones de clase universal y clase nula quedan relativizadas, pues no habrá una única clase universal que recoja todas las entidades del universo. En su lugar hay una pluralidad de clases universales, una para cada tipo de entidades; y algo análogo acontece con la clase vacía. Ello se debe a que las fórmulas que expresarían la pertenencia de todas las entidades a una clase universal absoluta no se ajustan al requisito de que las variables que flanquean el signo de pertenencia deben contar con índices consecutivos. Es evidente que la clase universal absoluta tendría como elementos individuos y clases de todos los tipos. Pero no hay fórmulas significativas dentro del sistema que puedan expresado. Con la clase nula ocurre lo mismo.

Los números, por su parte, también necesitan reproducirse en cada tipo, es decir que habrá tantos números 1 como tipos haya, y así para cada número.

Estas complicaciones no afectan, sin embargo, la operatividad del sistema, gracias al recurso llamdo "ambigüedad sistemática", al cual nos referiremos más adelante. Además, el sistema desarrollado en los Principia requiere un axioma innecesario en la teoría de Frege: el axioma de infinitud, que afirma explícitamente la existencia de infinitas entidades, y la adición de este supuesto sí puede computarse como una desventaja porque atenta contra la intención logicista de los autores de *Principia,* su propósito de demostrar que la matemática puede reducirse a la lógica, como creía también Frege. Muchos lógicos han señalado, en efecto, que la suposición explícita de que el universo cuenta con una cantidad infinita de cosas, por razonable que parezca, no se adecua a lo que debe ser una verdad lógica.

Estandarización de la Teoría de los Tipos

Los sistemas que cuentan con un género diferente de variables paraca- da categoría de entidades, como el que figura en los Principia, constituyen lo que se ha dado en llamar "sistemas pluricategoriales", pero pueden construirse teorías prácticamente equivalentes en las cuales se haga uso de un solo estilo de variables. Para ello es necesario adoptar un predicado para cada uno de los géneros de variables preexistentes, de modo que se interpretará que dicho predicado es, en cada caso, verdadero de todos los valores de las variables de un género y solamente de ellos. Así las oraciones de la forma "(Xn) (...Xn...)" o las de la forma "(E Xn) (...Xn...)" se parafrasean escribiendo en lugar de ellas (X) (Pn X ...X...)" y "(X) (Pn x &...x...)" respectivamerne. De este modo el dominio de valores de los cuantificadores queda limitado por cláusulas restrictivas que figuran como antecedentes de un condicional o como miembros de una conjunción. Este procedimiento constituye el primer paso para lo que denominaremos "estandarizar" una teoría. Pero no es suficiente porque, como advierte Quine, la utilización de múltiples géneros de variables en las teorías pluricategoriales respondía a un criterio de significatividad según el cual se prohibían ciertas combinaciones de variables en algunas fórmulas; y ahora, al unificar las variables e introducir cláusulas restrictivas en el interior de las fórmulas, sólo se ha reemplazado la antigua regla por otra más elaborada que rechaza las fórmulas que carecen de dichas cláusulas. Para estandarizar realmente una teoría debe eliminarse también esta nueva regla.

El abandono definitivo de estas reglas dejará abierta la posibilidad de que cualquier predicado del sistema se aplique a variables generales -las únicas que subsisten- sin exigir que las fórmulas contengan cláusulas restrictivas de ninguna clase. Si se pretende estandarizar efectivamente la Teoría de los Tipos debe lograrse que las variables generales lo sean genuinamente, esto es, que su dominio esté compuesto por entidades de todos los tipos, sin ninguna limitación. Para ello, al par que se eliminan los índices de las variables se introducen los predicados "To", "T1 ", "T2", etc., definiéndolos en términos de pertenencia a una clase *y* de manera que produzcan enunciados verdaderos cuando y solamente cuando se aplican a individuos, clases, clases de clases, etc., respectivamente. De esta forma se hace posible indicar el tipo de una entidad en caso de ser necesario, pero al mismo tiempo se asegura que " " tenga sentido cuando está interpuesto entre variables generales, lo cual equivale a decir que el símbolo de pertenencia a una clase siempre tiene sentido, mientras que en la teoría original poseía significado solamente cuando las variables que lo rodeaban pudieran contar con índices adecuados.

Esta versión de la teoría de los tipos hace desaparecer, junto con los índices de las variables, un signo notorio de la estratificación de las entidades que postula, pero no la estratificación ontológica propiamente dicha, puesto que sigue habiendo individuos, clases de individuos, clases de clases, etc, y además se impide la formación de clases integradas por elementos de tipos diferentes por otras vías, sin apoyarse en la falta de sentido de las combinaciones de símbolos correspondientes. Es oportuno mencionar aquí que el método de la ambigüedad sistemática utilizado en los *Principia,* que consiste en escribir las fórmulas sin indicar los índices de las variables, no compone una estandarización. Cuando se utiliza este cómodo recurso, sólo en apariencia se hace u- so de variables generales. Porque no toda fórmula cuyas variables carezcan de índices tiene garantizado un significado. Para que así sea, para que una fórmula resulte finalmente significativa, debe existir la posibilidad de asignar índices a sus variables en un todo de acuerdo con la regla general de la Teoría de los Tipos[7]. El recurso de la ambigüedad sistemática no es más que una simplificación práctica que evita el tener que enunciar fórmulas de la misma estructura básica para cada uno de los tipos, pero las expresiones en las cuales el signo de pertenencia no está flanqueado por variables de índices consecutivos quedan igualmente excluidas.

Pero existen aun otras alternativas en materia de estandarización de la Teoría de los Tipos que permiten obtener un producto más alejado del modelo original. Una variante extrema, pero aun dentro de lo que cabe denominar "Teoría de los Tipos", es la que propone Quine[8] al adicionar a las modificaciones ya descriptas dos recursos que utiliza también en su sistema New Foundations. El primero de ellos consiste en la fusión de las clases nulas correspondientes a cada uno de los tipos en una sola clase vacía; el segundo y más interesante, es la identificación de los individuos con su clase unitaria. Ambos agregados producen una llamativa consecuencia: los tipos son ahora acumulativos, porque los individuos no solamente verifican el predicado "To" *que* los caracteriza, sino también los que corresponden a los tipos superiores, y lo mismo acontece con cada uno de los tipos: las entidades que pertenecen a él pasan a pertenecer a los tipos que se encuentran por encima. Esta situación puede ilustrarse observando que al quedar identificados los individuos con su clase unitaria se convierten no sólo en clases sino en clases de clases, y así sucesivamente. En consecuencia, dos entidades cualesquiera llegan a compartir su tipo, y cabe preguntarse hasta qué punto semejante ontología conserva una auténtica estratificación de las entidades.

Quine hace dos observaciones al respecto. La primera señala que la identificación de un individuo con su clase unitaria no se extiende a otras entidades que no sean clases unitarias de individuos. El segundo comentario de Quine apunta a que, de todos, en esta última versión de la Teoría de los Tipos no hay una clase universal a la que pertenezcan todas las entidades, así como tampoco existe el complemento ilimitado de una clase cualquiera.

"New Foundations"

El sistema desarrollado por Quine en su ensayo "Nueva Fundamenta- ción de la lógica matemática", denominado corrientemente "NF", elude, en principio, las consecuencias que en materia de estratificación son atribuibles a las versiones ya mencionadas de la Teoría de los Tipos. NF también cuenta con variables generales y su singularidad radica en que el recurso necesario para impedir la aparición de resultados paradójicos consiste en un debilitamiento que se impone al principio de abstracción[9]. Este principio se expresa a través de la siguiente regla: "Si F es estratificada y no contiene libre la variable "X", entonces '(Ex) (Y) ((Y X= F)' es un teorema". En la fórmula se usan variables generales pero el riesgo de hacerlo se ve reducido por la restricción que establece que la expresión F debe ser una fórmula estratificada, esto es, que debe haber una manera de adscribir índices a las variables de modo tal que el signo de pertenencia sólo figure entre variables con índices consecutivos ascendentes. Esta condición es suficiente para reproducir los efectos prácticos de la ambigüedad sistemática. La diferencia estriba en que ya no se exige que toda la fórmula que expresa el principio se acomode a la regla general del uso de variables de la Teoría de los Tipos. La regla propuesta por Quine requiere que solamente una parte de dicha fórmula sea estratificada. El resultado es el mismo, de todos modos, porque si F es estratificada, la fórmula en su totalidad lo es, por cuanto siempre es posible asignar a "X" un índice inmediatamente superior al de "Y" dado que "X" no figura libre en F, y si figurara ligada podría reemplazársela por otra variable.

En general, el requisito de la estratificación de las fórmulas es un mecanismo que tiende a impedir que pueda afirmarse la existencia de ciertas clases cuyo comportamiento produciría consecuencias paradójicas. Pero en NF el requisito de la estratificación de cierta parte del principio de abstracción tiene más bien por objeto impedir que se pruebe de manera inmediata la existencia de clases correspondientes a fórmulas no estratificadas porque, según indica Quine, muchas veces es posible probar por medio de procedimientos indirectos la existencia de clases que no corresponden a predicados estratificados.

Pero, aparte de la circunstancia de que la restricción al principio de abstracción adopta una forma más débil, hay otros contrastes mas importantes entre NF y la teoría Russelliana de los tipos: en NF no se requiere, obviamente, que una fórmula sea estratificada para que tenga sentido y además las clases que surgen de la aplicación del principio de abstracción no se reduplican en cada tipo, son absolutas. Ahora sí hay una clase universal única, cuya existencia está garantizada porque la condición a partir de la cual se afirma su existencia ("X = X") es estratificada; también es única, naturalmente la clase nula; y el complemento de una ciase cualquiera no queda relativizado al tipo correspondiente. En vista de todas estas ventajas de NF con respecto a la Teoría de los Tipos original, cabe pensar que la distinción de tipos se ha desdibujado por completo; y sin embargo las restricciones que aun operan sobre el principio de abstracción permiten suponer que en NF no hay manera de probar la existencia de las clases que provocan las paradojas conocidas, porque esas clases dependen de fórmulas no estratificadas.

La teoría de las clases virtuales

Ya hemos señalado, a propósito de la doctrina de Frege y del sistema de los *Principia,* que el intento de formular una fundamentación de la matemática puede encararse utilizando una nomenclatura que hable exclusivamente de individuos y clases o conjuntos, o bien valiéndose de las nociones de función y atributo, en lugar de clases. Observamos también, al pasar, que la elección de una u otra alternativa depende no solo de consideraciones prácticas sino también de convicciones más profundas en materia ontológica. Seguramente por ambos tipos de razones los sistemas propuestos para fundar la matemática adoptan corrientemente la forma de una teoría de conjuntos.

La preferencia por las clases se justifica, ciertamente, no sólo por las dificultades que entraña el criterio de identidad de atributos y la fertilidad del enfoque conjuntístico, sino también porque las clases parecen estar más alejadas de las conotaciones metafísicas asociadas con la noción de atributo.

Claro está que el surgimiento de las paradojas en el seno de la teoría de conjuntos ha obligado a adoptar una actitud prudente antes de afirmar indiscriminadamente que las clases existen. Pero una vez hallados los procedimientos que parecen evitar esas dificultades, la predilección por las clases cobra fuerza.

Sin embargo, el carácter abstracto de semejantes entidades continúa provocando reservas por parte de los filósofos de orientación nominalista y explica el que se hayan llevado a cabo esfuerzos para construir una teoría de clases que no postule su existencia.

Los sistemas que persiguen ese propósito se conocen con el nombre de teorías virtuales, ya que se supone que las referencias que en ellas se hacen a las clases pueden ser eliminadas sin perjuicio para el contenido lógico de la teoría. Mientras que las teorías reales de clases, que son las más corrientes, afirman la existencia de clases -aun con las limitaciones impuestas con el fin de sortear las paradojas- y permiten que las variables cuyos valores son clases figuren tanto a la derecha como a la izquierda del signo de pertenencia y puedan cuantificarse, las teorías virtuales no autorizan un tratamiento similar de las variables de Jase. En lugar de ello introducen expresiones denominadas "class absiracts", que adoptan la forma {x: Fx} y se ubican a la derecha del signo le pertenencia[10], lo cual excluye la posibilidad de cuantificar clases y por tanto, de afirmar su existencia. Además, como estas expresiones de clases no figuran a la izquierda del signo de pertenencia tampoco puede afirmase que una clase sea miembro de otra.

En las teorías virtuales las referencias a la relación de pertenecia, y por ende la mención de clases, pueden ser totalmente eliminadas por medio de definiciones contextuales que recogen la sencilla idea de que la oración que afirma, por ejemplo, que x pertenece a la clase de los hombres puede reformularse diciendo simplemente que x es un hombre. Esta característica de las teorías virtuales, la eliminabilidad de la terminología de clases en favor de los predicados, nos retrotrae al problema de la existencia de los atributos, entendidos como presunta contrapartida ontológica de los predicados. Y si nos guiáramos por la tesis de Quine, que rechaza la cuantificación de predicados aduciendo que son letras esquemáticas pasibles de sustitución pero no cuantificables, el éxito de la teoría virtual nos liberaría definitivamente de la necesidad de afirmar la existencia de entidades abstractas, ya sean clases o atributos, para regocijo de los nominalistas.

Pero Quine se ve obligado a reconocer que, aun cuando el álgebra de las clases y otras partes considerables de la teoría de las clases pueden desarrollarse en el lenguaje de la teoría virtual, la aritmética incluye teoremas que requerirían o bien la cuantificación de clases o bien la de predicados.

Frente a esta situación debe descartarse la pretensión de fundamentar la matemática sobre la base de una teoría de clases virtuales y es necesario asumir que las clases son reales. Así es como NF y Mathematical Logic, lo mismo que el sistema de Zermelo y otros semejantes se añaden a la lista de las teorías que se compromenten con la afirmación de la existencia real de las clases.

"Mathematical Logic"

Desechada la alternativa de las clases virtuales, en virtud de su limitado alcance, es necesario volver a las teorías de clases reales cuyo poder deductivo es mucho mayor. Pero, por supuesto, no todas las teorías reales que se han propuesto poseen idéntica capacidad deductiva, pues ella depende de las características de los axiomas y las reglas que las rigen. Es así como NF, cuyos beneficios hemos tenido ocasión de mencionar cuando comparamos algunos de sus rasgos con los del sistema de Principia, posee también limitaciones.

En NF el principio de inducción matemática no puede demostrarse para el caso de los predicados no estratificados, y en consecuencia se echa de menos la posibilidad de probar ciertos teoremas que lo requieren, por ejemplo, la proposición que afirma que no hay un último número natural. Para suplir esta clase de inconvenientes, Quine propuso el sistema Mathematical Logic (ML), que sigue la vía trazada por Zermelo al restringir el principio de abstracción, pero al mismo tiempo incorpora un recurso utilizado previamente por Von Neumann que consiste en establecer una distinción entre clases que son miembros de otras clases y clases que no pertenencen a ninguna. Las primeras son llamadas "elementos" y las segundas se denominan "clases últimas".

ML es entonces el resultado de añadir la distinción entre elementos y clases últimas a principios con los cuales ya contaba NF, puesto que no se incorporan nuevos axiomas. Lo que sí se modifica es la regla de abstración. En NF la función de esta regla era asegurar la existencia de las clases correspondientes sólo para los predicados estratificados. En ML figuran en su lugar dos reglas: una que garantiza la existencia de las clases de los elementos que satisfacen una condición cualquiera, sea esta estratificada o no; otra, que atribuye el carácter de elemento a ciertas clases, en rigor las mismas cuya existencia aseguraba NF.

La primera de las reglas de ML afirma, en definitiva, la existencia de ciertas clases no garantizadas por NF porque están vinculadas con condiciones no estratificadas. Algunas de esas clases son necesarias, no obstante, para deducir teoremas importantes que no están recogidos en NF. Quine advirtió la necesidad de reforzar el repertorio ontológico de NF y por ello dio entrada en ML a las clases últimas, a fin de que pudieran figurar a la derecha del símbolo de pertenencia, esto es, en una posición similar a la que tienen reservada las clases virtuales en las teorías a las que nos hemos referido oportunamente. Pero las clases últimas no son de ninguna manera virtuales, porque su existencia es realmente postulada.

La presencia de las clases últimas permite suplir la falencia de NF en relación con la posibilidad de aplicar el principio de inducción matemática a condiciones no estratificadas, lo cual pone en evidencia la superioridad de ML. Pero el incremento del poder deductivo no va acompañado, como cabría esperar, por un crecimiento paralelo de los riesgos de caer en inconsistencias. La paradoja de Russell por lo pronto, no puede reaparecer en ML, pues se puede demostrar que la clase de todas las clases que no pertenencen a sí mismas no es un elemento. Además, Wang logró probar la consistencia relativa de ML con respecto a NF[11]. La incorporación de las clases últimas en el inventario de la teoría produce un cambio cualitativo importante en la estructura ontológica que le corresponde. Las clases últimas comparten con los elementos la pro- piedad de tener miembros; pero, de todos modos, se diferencian de los elementos sustancialmente, porque las clases últimas no pueden pertenecer a clase alguna: constituyen por así decirlo, un reino aparte[12]. La imposibilidad de que las clases últimas se comporten como elementos de clases ulteriores hace notorio, por otra parte, un retroceso en el que incurre ML con respecto a NF, especialmente si se atiende a lo que sucede con la clase universal.

La clase universal de ML es V, definida como la clase de todos los elementos que son idénticos a sí mismos; en consecuencia, las clases últimas no pertenencen a V. Esta situación contrasta con lo que ocurre en NF, donde todas las clases son elementos, sin excepción, y pertenencen a la clase universal. A propósito de ML puede mencionarse también una clase U, el universo del discurso, caracterizado como el que integran todas las clases -ya sean elementos o clases últimas- pero el caso es que U no existe.

El enunciado "U no existe" requiere, ciertamente, una explicación. U es el universo del discurso, al cual pertenecen todas las entidades que son valores de las variables del sistema. Y afirmar que una cierta entidad existe equivale, según Quine, a decir que pertenece a U. Sin embargo,"U" no designa ninguna entidad de U; por lo tanto, U no es un miembro de U. Como no lo son tampoco las clases unitarias de las clases últimas, y en general cualquier clase que pretenda contar con clases últimas como miembros. Semejantes clases no existen[13].

La persistencia de las categorías

Nuestra breve discusión preliminar de la noción de categoría y la aplicación de sus provisorios resultados a ciertos episodios del desarrollo de la fundamentación de la matemática permiten, por el momento, extraer algunas conclusiones.

Queda claro, en primer lugar, que el sostener que un sistema conceptual presenta distinciones de categorías implica afirmar que dicho sistema traza divisiones de una índole especial en la realidad a la que se refiere. Pero, como en general todo lenguaje, todo sistema, comprende algún modo de clasificación de las entidades, es imprescindible determinar la naturaleza de las distinciones que merezcan estrictamente ser llamadas categoriales. De allí la necesidad de contar con un criterio que permita identificarlas.

Se han considerado al respecto dos condiciones que supuestamente equivalen a la presencia de una diferenciación de categorías en el seno de un sistema conceptual: la condición 1) indica que si dos entidades no pertenecen a la misma categoría, no poseen ninguna propiedad en común; la condición 2) establece que las expresiones que aluden a entidades de distintas categorías no son intercambiabiables salva significatione.

Nuestra opinión es que ninguna de las dos condiciones, tal como han sido formuladas, sugiere un criterio adecuado para reconocer sin lugar a dudas los casos en los cuales subyacen distinciones de categorías. Creemos que, en rigor, tales distinciones se muestran en otras consecuencias de los sistemas sometidos al análisis que son relativamente independientes del cumplimiento de las condiciones mencionadas.

Nos ha parecido más práctico comenzar con la segunda condición. Hemos visto que en el lenguaje ordinario muchas expresiones referidas a entidades supuestamente correspondientes a distintas categorías pueden ser intercambiadas en algunos contextos significativos sin que éstos pierdan su significatividad; y recíprocamente, la sustitución de dos expresiones propias de una misma categoría no siempre conserva la significatividad de un mismo contexto.

En el caso de los lenguajes artificiales pueden eludirse estos inconvenientes, pero no se puede justificar la decisión de negar sentido a ciertas combinaciones de símbolos aduciendo simplemente que si les reconociéramos significado forzosamente caeríamos en inconsecuencias lógicas. Los ejemplos aportados en las páginas precedentes muestran que sí es posible dotar de sentido a fórmulas semejantes y evitar por otros medios el surgimiento de situaciones paradójicas.

Hay varios modos de hacerlo. Frege, por su parte, en lo que atañe a clases, intentó resolver la paradoja de Russell por medio de una modificación ad hoc en uno de sus principios, sin extender al domino de los objetos la estratificación vigente en su doctrina de las funciones. Cabe también la posibilidad de sortear la paradoja modificando la lógica subyacente de un sistema, en especial en lo que atañe al tercero excluido. Pero el rasgo más difundido en las teorías de conjuntos que no privan de sentido a las fórmulas capaces de originar inconsecuencias es el de establecer restricciones al principio de abstracción.

Dicho de otro modo: cuando la teoría se expresa en términos de clases, si se tratara de sistemas demasiados liberales, que permitiesen postular la existencia de la clase correspondiente a cualquier condición que pueda expresarse en su lenguaje, harían su aparición clases tales como el conjunto de todos los conjuntos que no son elementos de sí mismos, y es la postulación de estas mismas clases la que encierra paradojas. La opción que se presenta, entonces, es o bien impedir que la condición correspondiente pueda expresarse en el lenguaje de la teoría, o bien (si se admite que la fórmula es significativa) enunciar el principio de abstracción de forma que no obligue a aceptar la existencia de tal clase.

Lo que sostenemos es que las restricciones del principio de abstracción constituyen, aunque de una manera más o menos explícita, el reconocimiento de una distinción de categorías. El objetivo final de una teoría como la de los Tipos de Russell es, desde esta perspectiva, evitar la formación de clases que dan lugar a paradojas. El efecto de opera solamente sobre los mecanismos que garantizan la existencia de clases, pero sin restringir el conjunto de las formulas significativas, es el mismo. La estrategia de prohibir ciertas combinaciones de signos parece ser toda ella soslayable con tal que se encuentre otro medio de arribar al objetivo buscado. Prohibir las fórmulas problemáticas no es más que un arbitrio optativo, en última instancia. Lo importante es evitar el surgimiento de las paradojas y ello puede intentarse impidiendo directamente la existencia de las clases comprometedoras. Aún más, si se sabe que afirmar que un conjunto pertenece a sí mismo conduce en ciertos casos a la paradoja, es una actitud válida el declarar sin sentido toda fórmula que predique la autopertenencia de conjuntos. Pero el mismo fin se obtendría si se pudieran identificar aquellos conjuntos particulares, en el supuesto de que no sean todos, para los cuales la autopertencia produce resultados indeseables y se hallan una manera de excluir la autopertenencia solamente para ellos. Lo esencial, en fin, no parece ser el hecho de que se otorgue significado a tales o cuales combinaciones de signos sino, más bien, impedir que desde la expresión se pase a la postulación de la existencia de los conjuntos indeseables.

Nuestra tesis es que, en el caso de las teorías que estamos considerando, e independientemente de que la cuestión de las categorías tenga otros orígenes y connotaciones, el reconocimiento de las distinciones categoriales se manifiesta en el intento de impedir que ciertas entidades de distintos géneros puedan formar clases que las contengan como elementos. Nuestro criterio es, por supuesto, mucho menos estrecho que el que surge de la caracterización de las categorías brindada por las condiciones 1) y 2) mencionadas previamente. Pero llegamos a él alertados por una sugerencia de Geach[14] y por la observación de la manera como diversos sistemas avanzan y retroceden en cuanto a la admisión de la existencia de determinadas clases.

Hay dos parámetros que marcan límites extremos en estos avances y retrocesos. Uno es, por supuesto, la necesidad de sortear las paradojas. Otro, el objetivo de proponer sistemas que sirvan acabadamente para fundamentar el conocimiento matemático.

La teoría de las clases virtuales no presenta mayor problema en el primer aspecto, pero resulta absolutamente insuficiente en el segundo. NF va mucho más allá, y constituye un gran avance, no solo en cuanto al poder deductivo sino también en tanto logra liberarse en la mayor medida de un compromiso ontológico con las categorías. En la medida en que admite la significatividad de fórmulas no estratificadas (y eventualmente tolera la existencia de clases correspondientes a ellas), evita toda mención de tipos -pues no utiliza siquiera las predicados de tipos a la manera estandarizada- y lo que es más importante para nuestro criterio, en la medida en que NF permite construir una clase universal absoluta, una única clase nula, etc, puede pensarse que finalmente ha logrado el propósito de sortear la necesidad de reconocer distintas categorías de entidades sin aumentar el riesgo de inconsistencia.

Con todo, pueden formulársele algunas reservas. En primer lugar aun considerando que en este sistema hay solamente clases, o mejor dicho, clases de clases -debido a la identificación de los individuos con su clase unitaria- podría polemizarse acerca de si esta propiedad exclusiva de los individuos, su identificación con su clase unitaria, no importa de alguna manera una suerte de distinción categorial. Sin embargo, tal conclusión no se acomoda inmediatamente al criterio que estamos esbozando. La segunda observación puede ser más relevante. A despecho de que NF admite clases que se contienen a sí mismas como elementos y que hay mixturas que están muy alejadas de lo que permitiría la Teoría de los Tipos, la subsistencia de índices jerárquicamente ordenados para las variables, aun cuando sólo sea para garantizar la existencia de las clases a través del principio de abstracción, permite argumentar que ello es indicio de una categorización de entidades a la cual se apela solamente en aquellas condiciones en las cuales la violación de categorías fuera a implicar inconsistencia lógica.

De todos modos concediendo que no hubiese vestigio alguno de distinción de categorías en NF como ya se ha advertido, el objetivo de proporcionar una fundamentación realmente satisfactoria de la matemática no queda totalmente cumplido, en virtud de la indemostrabilidad de algunos teoremas.

Esta última circunstancia es la que lo obliga a retroceder a Quine en el aspecto que nos interesa. Para dotar a ML de mayor poder deductivo del que gozaba NF, Quine opta por introducir la distinción entre elementos y clases últimas. La imposibilidad de que éstas se integren a su vez formado clases evoca la prohibición análoga de hacer afirmaciones acerca de todas las funciones en teoría de Frege, sin perjuicio de las importantes diferencias entre ambos sistemas.

Pero hay características de ML todavía más significativas. Tampoco puede afirmarse, dentro de ML que haya una clase a cual pertenezca todo lo que existe, y se vuelve, en este punto, a una consecuencia semejante a lo sucedía con la clase universal absoluta en la teoría de los tipos. Este es un indicio de que las clases últimas, aunque compartan con los elementos la característica de ser clases, esto es, de poseer miembros, gozan de cierta singularidad relevante en el momento de decidir si todas las clases pertenecen a una misma categoría.

A propósito de las propiedades que puedan predicarse de las clases últimas, podría pensarse que determinarían también clases[15]. Pero estas presuntas clases cuyos miembros serían clases últimas no podrían pertenecer a U, dedido a las razones señaladas cuando nos ocupamos previamente de ML. Quine rechaza terminantemente esa alternativa y puntualiza que la idea de postular tales clases imposibles pudo surgir de una confusión con el procedimiento utilizado en teoría virtual, mas re- cuerda que las clases virtuales son eliminables por medio de definiciones contextuales, y en consecuencia los compromisos ontológicos que aparentemente se desprenden de ellas no son realmente asumidos[16]. No obstante, en lo que concierne a nuestro tema, nos parece innecesario asumir que las propiedades de las clases últimas se correlacionan con clases que no pertenecen a U, pues la propia distinción entre elementos y clases últimas -subrayada por la inexistencia de clases que agrupen clases últimas con elementos, y de las cuales U es un ejemplo conspicuo- sugiere de todos modos, conforme a nuestro criterio, que se están postulando entidades de diferentes categorías.

En lo que concierne a la suposición de que dos entidades de distinta categoría no pueden compartir absolutamente ninguna característica, ha parecido desde el principio que se trata de una exigencia demasiado fuerte. Más allá de las dificultades que semejante requisito impone a la mera posibilidad de tratar el tema de las categorías y que deben dejar- se de lado forzosamente, el propio introductor de la noción de categoría, Aristóteles, admite que no todas las categorías son excluyentes. Y Quine sigue reconociendo que hay tipos aun cuando se hayan convertido en tipos acumulativos en la versión final de la teoría estandarizada. No puede objetarse, entonces, que se sostenga que los elementos y las clases últimas de ML pertenecen a diferentes categorías sobre la base de que tanto los primeros como los segundos comparten la propiedad de ser clases.

Tal vez pueda reprocharse sí, que nuestra elucidación del concepto de categoría se aleja demasiado de la idea original, básicamente asocia- da a las condiciones 1) y 2). Sin embargo insistimos en que el uso, y tal vez cierto abuso, de la noción de categoría se ha obscurecido porque desde el principio se ha esgrimido la posible violación de categorías como un instrumento eficaz para resolver, o disolver, problemas filosóficos o lógicos, proponiendo como remedio decretar la falta de sentido de las expresiones a raíz de las cuales surgían los problemas. Creemos también que nos asiste el derecho de buscar el núcleo de la noción de categoría en la imposibilidad de la conformación de determinadas clases que engendrarían, como consecuencia de la incorporación de entidades de categorías incompatibles, resultados absurdos. A veces, el intento de evitar la molesta presencia de tales clases adquiere ribetes más heroicos y obliga a eliminar también otras clases que se hubiera deseado conservar. En otros casos, la operación es menos cruenta: se conserva no sólo la significatividad de las fórmulas no estratificadas, la unicidad del conjunto universal, etc Pero pareciera, a juzgar por lo que ocurre especialmente con ML, donde se pierde nuevamente la clase universal absoluta, que una teoría lo suficientemente fuerte como para contener los teoremas que no puedan faltar en una teoría que pretenda fundamentar cabalmente la matemática conserva rasgos típicos de la doctrina de las categorías. Y no está demás recordar aquí que algunos autores han buscado el parentesco de la Teoría de los Tipos con la doctrina de las categorías de Aristóteles. Y aunque los argumentos de estos autores no alcanzan a atributir al filósofo griego la paternidad de la teoría tal cual se encuentra en Russell, es altamente significativo, para nuestro punto de vista, que en tales argumentaciones se considere precisamente cierta situación paradójica contemplada por Aristóteles en el intento de demostrar que el ser no es un género supremo, lo cual traducido al lenguaje de las clases, vendría a significar que la clase universal no existe[17].

Notas

* Este trabajo recoge algunas de las ideas desarrolladas en la Tesis presentada por el autor y dirigida por el Dr. C Alchourrón para el Curso de Postgrado en Filosofía, dictado en la Sociedad Argentina de Análisis Filosófico.

1. Cf. M Thompson, "Categories" en P. Edwards (comp.), *The Enciclopedia of Philosophy.*

2. Cf. W. y M. Kneale, *El desarrollo de la lógica,* Madrid, Tecnos, 1962, p. 623.

3. Ibid.

4. Cf. 1 Valdivia Dounce, "Lo indecible en Frege", *Análisis Filosófico,* IV,1, 1984, y R. Orayen, "La ontología de Frege", Cuadernos de Filosofía, nos. 3 y 4, Fac. de Humanidades, Univ. Nac. de La Plata.

5. En este caso, si la identidad de atributos se reduce a su coextensividad, según Quine, debería considerárselos más bien como clases.

6. La descripción del proceso de estandarización de la Teoría de los Tipos sigue la explicación de Quine: "Unification of Universes of Universes in Set Theory".

7. Cuando se utiliza el recurso de ambigüedad sistemática se omite indicar el índice de las variables, se dirá que la fórmula es estratificada si y sólo si se puede reescribir coherentemente asignándoles a las variables índices consecutivos conforme a la Teoría de los Tipos.

8. Cf. Quine, op. cit..

9. En general, el principio de abstracción es el que indica que para una determinada condición o función proposicional existe la clase de entidades que la satisfacen.

10. Cf. W. Quine, *Set theory and its logic,* Cambridge, Mass., 1969, pp. 15-20 y Quine, *Filosofía de la lógica,* Madrid, Alianza, 1972, pp 121 y ss.. Quine admite que podría utilizarse una cuantificación simulada para los predicados, que servirían para adreviar conjunciones o disyunciones por medio de los cuantificadores, pero no se trataría de un conromiso ontológico efectivo.

11. *Cf. Quine,* Set theory and its logic, *pp. 300-302.*

12. Claro está que su propia naturaleza impide formular la pertenencia de las clases últimas a tal reino dentro del lenguaje de la teoría, puesto que el resultado sería un enunciado que vendría a afirmar la existencia de una clase cuyos miembros son clases últimas, lo cual entraría en conflicto con la definición de "clase última".

13. Quine, *Set theory and its logic.* pp. 301-302.

14. P. Geach, *Logic Matters,* Blackwell, Oxford, 1972. p. 233.

15. Cf. H. Zuleta, "Universales y entidades abstractas", *Análisis Filosó- fico,* Vol II nos. 1 y 2,1982, pp. 185-187.

16. W. Quine, "Respuesta a Zuleta" , *Análisis Filosófico,* Vol. II nos. 1 y 2, 1982, pp. 155-156.

17. Kneale, op. cit, pp 24 y SS., señala que algunas argumentaciones de Aristóteles parecen constituir un esbozo de la teoría de los tipos no sólo por la clasificación de entidades en distintas categorías, sino por- que esta clasificación parece fundarse en lo que puede predicarse con sentido de esas entidades. Pero abriga dudas acerca de si el motivo del rechazo de ciertas oraciones por parte de Aristóteles se debe a que éste no las consideras verdaderas debido a que expresarían proposiciones falsas o porque no expresan proposición alguna o porque expresan una proposición imposible. Bochenski, *Historia de la lógica formal,* Madrid, Gredos, 1967, pp 66-67, reconstruye el razonamiento que concluye que el ser no es un summum genus, en uno de cuyos pasos se arriba a una contradicción que Aristóteles supera rechazando una premisa. Bochenski estima que el motivo es que Aristóteles decide que es falsa, *aunque* más bien sería carente de sentido. Sin embargo, apunta que aquí está *in nucce* la primera teoría de los tipos. En realidad, el texto aristotélico (Met. B 3 99b 22-27) no indica la razón del rechazo de la premisa. Por nuestra parte sólo nos interesa subrayar la vinculación de la cuestión de las categorías con la imposibilidad de construir conjuntos universales y el carácter un tanto colateral del problema de la carencia de sentido de ciertas fórmulas.